Theoretische Grundlagen der Informatik

Tutorium 11 — Wintersemester 2013/14

Moritz Klammler — 5. November 2013

Mailingliste (`tgi-tut11@lists.kit.edu`)

Abonnieren durch E-Mail an `sympa@lists.kit.edu` mit genau folgendem Subject

`subscribe tgi-tut11` ⟨*Vorname*⟩ ⟨*Nachname*⟩

und keinem / leeren Body.

Alternative: `https://www.lists.kit.edu/sympa/info/tgi-tut11`

Fachliche Fragen bitte *nur* an die Mailingliste und nicht an mich privat, damit alle von der Diskussion profitieren können.

Nach der Klausur wird die Mailingliste zeitnah gelöscht.

Tagesthemen

- Reguläre Ausdrücke
- Nerode-Relation
- Äquivalenz von endlichen Akzeptoren
- Nicht deterministische endliche Akzeptoren in äquivalente deterministische überführen (Potenzmengenkonstruktion)
- Minimierung von deterministischen endlichen Akzeptoren
- (Pumping-Lemma für reguläre Sprachen)

Wahr oder falsch?

Zu jeder regulären Sprache L gibt es einen deterministischen endlichen Akzeptor, der L entscheidet.

Wahr oder falsch?

✓ Zu jeder regulären Sprache L gibt es einen deterministischen endlichen Akzeptor, der L entscheidet.

→ *siehe Vorlesung*

Wahr oder falsch?

Zu jeder regulären Sprache L gibt es eine rechtslineare (reguläre) Grammatik, die L erzeugt.

Wahr oder falsch?

- ✓ Zu jeder regulären Sprache L gibt es eine rechtslineare (reguläre) Grammatik, die L erzeugt.

→ *siehe Vorlesung*

Wahr oder falsch?

Sei L eine reguläre Sprache und G eine Grammatik, die L erzeugt. Dann ist G rechtslinear.

Wahr oder falsch?

✗ Sei L eine reguläre Sprache und G eine Grammatik, die L erzeugt. Dann ist G rechtslinear.

Es *gibt* eine rechtslineare Grammatik, die L erzeugt, aber nicht jede Grammatik, die L erzeugt, ist automatisch rechtslinear.

Wahr oder falsch?

Der reguläre Ausdruck $(\mathtt{0} + \mathtt{1})^*\mathtt{0}$ matcht genau alle binär codierten geraden natürlichen Zahlen.

Wahr oder falsch?

✓ Der reguläre Ausdruck $(\mathtt{0} + \mathtt{1})^*\mathtt{0}$ matcht genau alle binär codierten geraden natürlichen Zahlen.

Wahr oder falsch?

$((\mathtt{a} + \mathtt{b})^+$ ist ein regulärer Ausdruck.

Wahr oder falsch?

- ✗ $((\mathtt{a} + \mathtt{b})^+$ ist ein regulärer Ausdruck.

Ungültige Klammerung.

Wahr oder falsch?

Die Sprache der regulären Ausdrücke ist regulär.

Wahr oder falsch?

- ✗ Die Sprache der regulären Ausdrücke ist regulär.

Endliche Akzeptoren können keine Klammerausdrücke unbegrenzter Tiefe prüfen (siehe später). Reguläre Ausdrücke dürfen aber unbegrenzt tief geklammert sein.

Wahr oder falsch?

Es gibt eine reguläre Sprache L, die nur Palindrome enthält.

Wahr oder falsch?

- ✓ Es gibt eine reguläre Sprache L, die nur Palindrome enthält.

Beispiel: $L = \emptyset$

Wahr oder falsch?

Es gibt eine reguläre Sprache L, die *alle* Palindrome über ihrem Alphabet Σ enthält.

Wahr oder falsch?

- ✓ Es gibt eine reguläre Sprache L, die *alle* Palindrome über ihrem Alphabet Σ enthält.

Beispiel: $L = \Sigma^*$

Wahr oder falsch?

Es gibt eine reguläre Sprache, die nur aus Palindromen besteht *und* alle Palindrome über ihrem Alphabet Σ enthält.

Wahr oder falsch?

- ✓ Es gibt eine reguläre Sprache, die nur aus Palindromen besteht *und* alle Palindrome über ihrem Alphabet Σ enthält.

Beispiel: $\Sigma = \{\mathtt{a}\}$ und $L = \Sigma^*$

Wahr oder falsch?

Es gibt für jedes Alphabet Σ eine reguläre Sprache, die nur aus Palindromen besteht und alle Palindrome über Σ enthält.

Wahr oder falsch?

- ✗ Es gibt für jedes Alphabet Σ eine reguläre Sprache, die nur aus Palindromen besteht und alle Palindrome über Σ enthält.

$\rightarrow$ *siehe später*

Wahr oder falsch?

Es gibt eine Sprache L, die von einem nicht deterministischen endlichen Akzeptor A entschieden werden kann, jedoch von keinem deterministischen.

Wahr oder falsch?

- ✗ Es gibt eine Sprache L, die von einem nicht deterministischen endlichen Akzeptor A entschieden werden kann, jedoch von keinem deterministischen.

Wende die Potenzmengenkonstruktion auf A an um A' zu erhalten. A und A' entscheiden dieselbe Sprache. Also kann L auch von einem deterministischen endlichen Akzeptor entschieden werden.

Reguläre Ausdrücke

Sei Σ ein Alphabet.

Dann sind

- $\emptyset$,
- $\{\epsilon\}$
- und $\{a\}$ für $a \in \Sigma$

reguläre Ausdrücke über Σ.

Seien A_1 und A_2 reguläre Ausdrücke über Σ.

Dann sind

- $A_1 + A_2$,
- $A_1 \cdot A_2$
- und A_1^*

reguläre Ausdrücke über Σ.

Nerode-Relation

Sei Σ ein Alphabet und $L \subset \Sigma^*$ eine Sprache. Die zugehörige Nerode-Relation R_L ist wie folgt definiert:

Seien $u, v \in \Sigma^*$. Dann ist $(u, v) \in R_L$ genau dann wenn für alle $x \in \Sigma^*$ gilt: $ux \in L \Leftrightarrow vx \in L$.

Für $w \in \Sigma^*$ bildet $[w] = \{x \in \Sigma^* : (w, x) \in R_L\}$ eine *Äquivalenzklasse*.

Der *Index* von R_L ist die Kardinalität der Menge ihrer Äquivalenzklassen.

Satz von Myhill-Nerode

Sei Σ ein Alphabet und $L \subset \Sigma^*$ eine Sprache. L ist genau dann regulär, wenn der Index der zugehörigen Nerode-Relation R_L endlich ist.

Minimierung von endlichen Akzeptoren

Potenzmengenkonstruktion

Pumping-Lemma für reguläre Sprachen

Sei Σ ein Alphabet und $L \subset \Sigma^*$ eine reguläre Sprache.

Dann existiert ein $p \in \mathbb{N}$ sodass für alle $w \in L$ mit $|w| \geq p$ gilt: es existieren $x, y, z \in \Sigma^*$, sodass

1. $w = xyz$,
2. $y \neq \epsilon$,
3. $|xy| \leq p$ und
4. $\forall i \in \mathbb{N}_0 : xy^i z \in L$.