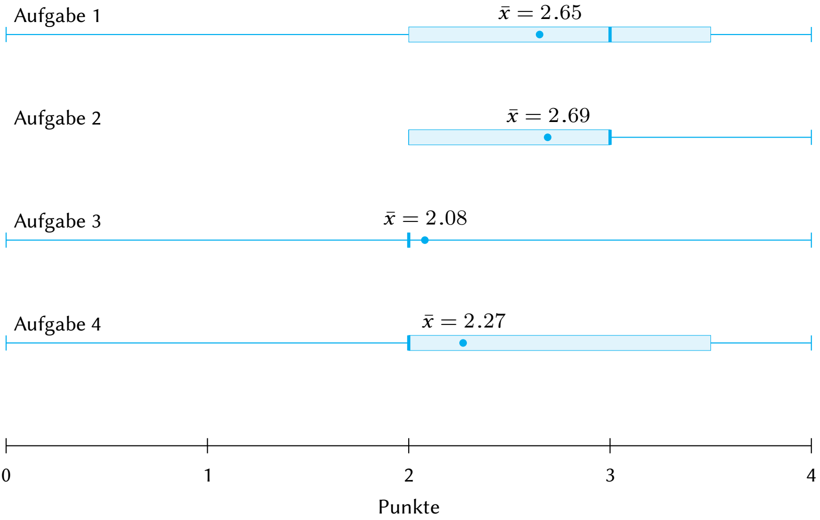
Theoretische Grundlagen der Informatik

Tutorium 11 | Wintersemester 2013/14

Moritz Klammler | 14. Januar 2014

5. Übungsblatt (13 gültige Abgaben)



Anmerkungen zum 5. Übungsblatt

- Übungsblätter bitte sorgfältig aufbewahren (Beweismittel für Euch).
- Um zu zeigen, dass $L \in \mathcal{NP}$, genügt es, einen polynomiellen *Verifizierer* anzugeben. Ein Suchalgorithmus ist nicht erforderlich.
- Das „p“ in „$L \leq_{\mathrm{p}}$“ ist wichtig.
- Welche Probleme gab es bei der letzten Aufgabe?

Tagesthemen

- $\mathcal{NP}$-Vollständigkeit üben

Wahr oder falsch?

$$\mathcal{NPC} = \mathcal{NP} \setminus \mathcal{P}$$

Wahr oder falsch?

- ✗ $\mathcal{NPC} = \mathcal{NP} \setminus \mathcal{P}$

siehe letztes Tutorium...

$\mathcal{NP}$-Vollständigkeit (9. Tutorium)

Eine Sprache L ist **$\mathcal{NP}$-vollständig** genau dann wenn

- $L \in \mathcal{NP}$ (laut Vorlesung)
- $\forall L' \in \mathcal{NP} : L \geq_{\mathrm{p}} L'$

Die Menge aller $\mathcal{NP}$-vollständigen Sprachen heißt $\mathcal{NPC}$.

Erinnerung $L \geq_{\mathrm{p}} L'$ genau dann wenn

$$\exists(f : \Sigma^* \to_{\mathrm{p}} \Sigma^*) : \forall w \in \Sigma^* : (w \in L' \Leftrightarrow f(w) \in L)$$

Wahr oder falsch?

Sei L eine Sprache, für die es ein Orakel gibt. Dann ist $L \in \mathcal{NP}$.

Wahr oder falsch?

- ✗ Sei L eine Sprache, für die es ein Orakel gibt. Dann ist $L \in \mathcal{NP}$.

Es „gibt“ sowieso keine Orakel.

Wahr oder falsch?

Es gibt entscheidbare Sprachen, die nicht in $\mathcal{NP}$ liegen.

Wahr oder falsch?

- ✓ Es gibt entscheidbare Sprachen, die nicht in $\mathcal{NP}$ liegen.

Per Definition gilt

$$\mathcal{P} \subseteq \mathcal{NP} \subseteq \text{PSPACE} \subseteq \text{EXPTIME} \subseteq \text{NEXPTIME} \subseteq \text{EXPSPACE}.$$

Wir wissen heute, dass

- $\mathcal{P} \subsetneq$ EXPTIME,
- $\mathcal{NP} \subsetneq$ NEXPTIME und
- PSPACE $\subsetneq$ EXPSPACE.

Hana Galperin, *Succinct Representations of Graphs.* Information and Control **56**, 183–198 (1983).

Wahr oder falsch?

Für jede aussagenlogische Formel in disjunktiver Normalform mit mindestens einer nichtleeren Klausel existiert eine erfüllende Belegung der Variablen.

Wahr oder falsch?

✗ Für jede aussagenlogische Formel in disjunktiver Normalform mit mindestens einer nichtleeren Klausel existiert eine erfüllende Belegung der Variablen.

Gegenbeispiel:

$$
\begin{array}{lccccc}
 & (v_1 \land \neg v_1 \land v_2 \land v_3) & \lor & (v_1 \land v_2 \land \neg v_2 \land v_3) & \lor & (v_1 \land v_2 \land v_3 \land \neg v_3) \\
= & (0 \land v_2 \land v_3) & \lor & (v_1 \land 0 \land v_3) & \lor & (v_1 \land v_2 \land 0) \\
= & 0 & \lor & 0 & \lor & 0 \\
= & & & 0 \neq 1 & &
\end{array}
$$