Theoretische Grundlagen der Informatik

Tutorium 7 — Wintersemester 2014/15

Moritz Klammler — 4. November 2014

Organisatorisches

Konntet Ihr der ILIAS-Gruppe beitreten?

Link zur Gruppe bzw Beitrittslink auf meiner Webseite. Dort findet Ihr auch die Unterlagen zum Tutorium.

`http://klammler.eu/teaching.html#tgi-ws1415`

Tagesthemen

- Reguläre Ausdrücke (Praxisbeispiel)
- Pumping-Lemma für reguläre Sprachen
- Nerode-Relation
- Äquivalenz von endlichen Akzeptoren
- Nicht deterministische endliche Akzeptoren in äquivalente deterministische überführen (Potenzmengenkonstruktion)
- Minimierung von deterministischen endlichen Akzeptoren

Reguläre Ausdrücke (Praxisbeispiel)

In XML (HTML) können Zeichen als *Entity References* codiert werden. Dazu gibt es mehrere Möglichkeiten:

- *Character Entity Reference* (Named Entities) zB `ö` → ö, …
- *Numeric Character Entity Reference*
  - dezimal zB `A` → `A`, …
  - hexadezimal zB `
` → `\n`, …

Welcher reguläre Ausdruck matcht alle Entity References (und sonst nichts)?

Abwandlung: Die Entities für “`<`”, “`>`” und “`&`” sollen nicht gematcht werden.

Pumping-Lemma für reguläre Sprachen

Sei Σ ein Alphabet und $L \subseteq \Sigma^*$ eine reguläre Sprache.

Dann existiert ein $n \in \mathbb{N}$ sodass für alle $w \in L$ mit $|w| \geq n$ gilt: es existieren $x, y, z \in \Sigma^*$, sodass

1. $w = xyz$,
2. $y \neq \epsilon$,
3. $|xy| \leq n$ und
4. $\forall i \in \mathbb{N}_0 : xy^iz \in L$.

Verallgemeinertes Pumping-Lemma für reguläre Sprachen

Sei Σ ein Alphabet und $L \subseteq \Sigma^*$ eine reguläre Sprache.

Dann existiert ein $n \in \mathbb{N}$ sodass für alle $w \in L$ mit $|w| \geq n$ gilt:
für alle Zerlegungen $pw's = w$ mit $|w'| = n$ gilt:
es existieren $x, y, z \in \Sigma^*$, sodass

1. $w' = xyz$,
2. $y \neq \epsilon$,
3. $|xy| \leq n$ und
4. $\forall i \in \mathbb{N}_0 : pxy^i zs \in L$.

Nerode-Relation

Sei Σ ein Alphabet und $L \subseteq \Sigma^*$ eine Sprache. Die zugehörige Nerode-Relation R_L ist wie folgt definiert:

Seien $u, v \in \Sigma^*$. Dann ist $(u, v) \in R_L$ genau dann wenn für alle $x \in \Sigma^*$ gilt: $ux \in L \Leftrightarrow vx \in L$.

Für $w \in \Sigma^*$ bildet $[w] = \{x \in \Sigma^* : (w, x) \in R_L\}$ eine *Äquivalenzklasse*.

Der *Index* von R_L ist die Kardinalität der Menge ihrer Äquivalenzklassen.

Satz von Myhill-Nerode

Sei Σ ein Alphabet und $L \subseteq \Sigma^*$ eine Sprache. L ist genau dann regulär, wenn der Index der zugehörigen Nerode-Relation R_L endlich ist.

Potenzmengenkonstruktion

Gegeben ein nichtdeterministischer ϵ-freier Automat $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, \delta, s, F)$. Konstruiere $\tilde{\mathcal{A}} = (\tilde{Q}, \Sigma, \tilde{\delta}, \tilde{s}, \tilde{F})$ mit

- $\tilde{Q} \subseteq 2^Q$
- $\tilde{\delta}(\tilde{q}, a) = \{q'' \in Q : \exists q' \in \tilde{q} : ((q', a), q'') \in \delta\}$
- $\tilde{s} = s$
- $\tilde{F} = \{\tilde{q} \in \tilde{Q} : \tilde{q} \cap F \neq \emptyset\}$

$\tilde{\mathcal{A}}$ ist deterministisch.

Minimierung von endlichen Akzeptoren

Gegeben ein deterministischer ϵ-freier Automat $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, \delta, s, F)$. Konstruiere Äquivalenzklassenautomat $\tilde{\mathcal{A}} = (\tilde{Q}, \Sigma, \tilde{\delta}, \tilde{s}, \tilde{F})$ mit

- $\tilde{Q} = \{[q] : q \in Q\}$
- $\tilde{s} = [s]$
- $\tilde{F} = \{[q] \in \tilde{Q} : q \in F\}$
- $\tilde{\delta}([q], a) = [\delta(q, a)]\}$

$\tilde{\mathcal{A}}$ ist minimal.