Theoretische Grundlagen der Informatik

Tutorium 7 | Wintersemester 2014/15

Moritz Klammler | 18. November 2014

Anmerkungen zum 1. Übungsblatt

- Aufgabe 1 (Formale Sprachen)
  - Quotientensprache (L_1/L_2)
  - $\emptyset \neq \{\epsilon\}$
- Aufgabe 4 (Komplment und Spiegelung)
  - Vorsicht beim Einfügen von ϵ-Übergängen!
- Aufgabe 5 (ϵ-Übergänge)
  - Niemand hatte diese Aufgabe richtig.
  - $q_i \xrightarrow{a} q_j$ über $\epsilon^* a \epsilon^*$

Anmerkungen zum 1. Übungsblatt

- Überprüft Eure Ergebnisse (Sanity-Check).
- **Bitte legt besonderen Wert auf korrekte Beweisführung.**

Alle Pferde haben dieselbe Farbe

1. Jede Menge von $n = 1$ Pferden enthält nur Pferde derselben Farbe.
2. Für ein beliebiges aber festes $n \in \mathbb{N}$ gelte, dass jede Menge M von Pferden mit $|M| \leq n$ nur Pferde derselben Farbe enthält.
3. Sei nun eine beliebige aber feste Menge von Pferden $M' = \{p_1, p_2, p_3, \ldots, p_{n+1}\}$ mit $|M'| = n + 1$ gegeben.

   Partitioniere M' in $X = \{p_1, p_2, \ldots, p_n\}$ und $Y = \{p_2, p_3, \ldots, p_{n+1}\}$.

   Da $|X| = |Y| = n$, gilt nach Voraussetzung, dass sowohl X als auch Y jeweils nur Pferde derselben Farbe enthalten. Also $\text{color}(p_i) = C_X$ für $i = 1, 2, \ldots, n$ und $\text{color}(p_i) = C_Y$ für $i = 2, 3, \ldots, n + 1$.

   Da es aber ein Pferd p gibt, sodass $p \in X \wedge p \in Y$, muss $C_X = C_Y$ gelten. Also haben auch alle Pferde in M' dieselbe Farbe.

Tagesthemen

- Gödelisierung
- Universelle Turingmaschine(n)
- Entscheidbarkeit
  - Entscheidbarkeit
  - Semi-Entscheidbarkeit
  - Berechenbarkeit
- Halteproblem

Entscheidbarkeit

Sei Σ ein Alphabet und $L \subseteq \Sigma^*$. Eine Turingmachine M **entscheidet** L genau dann wenn M für jedes $w \in \Sigma^*$ nach endlich vielen Schritten hält und genau dann akzeptiert wenn $w \in L$.

Falls eine solche Machine existiert, heißt L **entscheidbar**.

Semi-Entscheidbarkeit

Sei Σ ein Alphabet und $L \subseteq \Sigma^*$. Eine Turingmachine M **akzeptiert** L genau dann wenn M für jedes $w \in L$ nach endlich vielen Schritten hält und genau dann akzeptiert wenn $w \in L$.

Falls eine solche Machine existiert, heißt L **semi-entscheidbar**.

Berechenbarkeit

Sei Σ ein Alphabet. Eine Funktion $f : \Sigma^* \to \Sigma^*$ heißt (Turing-)**brechenbar** genau dann wenn es eine Turingmaschine gibt, die für jede Eingabe $w \in \Sigma^*$ nach endlich vielen Schritten hält und die Eingabe mit $f(w)$ überschreibt.

Charakteristische Funktion

Sei Σ ein Alphabet und $L \subseteq \Sigma^*$. Die **Charakteristische Funktion** χ_L von L ist definiert als

$$\begin{aligned} \chi_L : \quad & \Sigma^* \to \{0,1\} \\ & w \mapsto \begin{cases} 0, & w \notin L \\ 1, & w \in L \end{cases} \quad . \end{aligned}$$

Halteproblem

Die Sprache HALT enthält alle (geeignet codierten) Tupel $(\langle M \rangle, w)$ sodass die Turingmaschine M mit Gödelnummer $\langle M \rangle$ bei Eingabe w nach endlich vielen Schritten hält (akzeptiert oder ablehnt).

HALT ist semi-entscheidbar aber nicht entscheidbar.

Diagonalsprache

Die Diagonalsprache L_{D} enthält die Gödelnummern aller Turingmaschinen, die ihre eigene Gödelnummer als Eingabe ablehnen.

L_{D} ist nicht semi-entscheidbar (und erst recht nicht entscheidbar).